

Geometría circular utilizando GeoGebra: análisis de relaciones entre ángulos inscritos y centrales

Josafat Javier Velázquez Hernández

Instituto Politécnico Nacional/ProME CICATA-Legaria,
j_velazquezhsa@seg-gto.gob.mx

Clara Mayo Juárez

Instituto Politécnico Nacional/CICATA-Legaria, cmayoj@ipn.mx

Resumen: Este artículo presenta los resultados obtenidos tras implementar una secuencia didáctica dirigida a estudiantes de segundo año de secundaria, con un rango de edad de 13 a 14 años, diseñada con el propósito de explorar, a través de un applet creado con GeoGebra, las relaciones existentes entre los ángulos inscritos y centrales que comparten un mismo arco en una circunferencia cualquiera.

Palabras clave: Circunferencia, ángulos centrales, ángulos inscritos, semicircunferencia, tecnología en el aula, GeoGebra.

Circular geometry using GeoGebra: analysis of relationships between inscribed and central angles.

Abstract: This article presents the results obtained from implementing a didactic sequence aimed at 2nd-grade high school students, with an age range of 13 to 14 years. The sequence was designed to explore, using an applet created with GeoGebra, the relationships between inscribed and central angles that subtend the same arc in a circle.

Key words: Circumference, central angles, inscribed angles, semicircle, technology in the classroom, GeoGebra.

1. INTRODUCCIÓN

Tras el impacto de la pandemia por COVID-19, la dinámica educativa en México -al igual que en el resto del mundo- experimentó un cambio radical. Los espacios físicos, esenciales en las prácticas pedagógicas, tuvieron que trasladarse a entornos virtuales, evidenciando la brecha digital existente en la población y la falta de competencias digitales en la comunidad educativa, entre otros desafíos. Esta situación inesperada tomó por sorpresa al profesorado en cuanto al aprovechamiento de las herramientas tecnológicas y al uso de metodologías para facilitar la apropiación del conocimiento en este nuevo escenario (Cifuentes-Faura, 2020). Sobre la marcha, se intentó reorientar las prácticas para que fueran distintas a las presenciales y se pudieran afrontar estos retos, sin embargo, no se logró plenamente dicho objetivo.

Según el informe de resultados de la Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación, extraído de la Evaluación diagnóstica del aprendizaje del alumnado de educación básica 2022-2023, se observa que la disciplina de matemáticas presenta los niveles más bajos de

aciertos. Específicamente, este déficit se concentra en la unidad de estudio “Forma, Espacio y Medida” del nivel de secundaria. El informe subraya la urgente necesidad de abordar aspectos relacionados con las propiedades de ángulos, triángulos, paralelogramos y polígonos; la congruencia de triángulos; el uso de coordenadas en el plano cartesiano; así como las propiedades y cálculo de áreas de cuadriláteros, polígonos, círculos, sectores circulares y el volumen de prismas y cilindros (MEJOREDU, 2023).

Tradicionalmente la enseñanza de estos contenidos se realizaba mediante el uso de herramientas de geometría convencionales, como reglas, compases y papel milimétrico; situación que fue difícil emular en la transición hacia entornos virtuales por la falta de una preparación formal en la implementación de diversas modalidades de aprendizaje a distancia de la mayoría de las y los profesionales de la educación (Díaz-Barriga, 2020).

En la actualidad, a la luz de la experiencia vivida, se encontró que la integración de aplicaciones interactivas, como GeoGebra, abre un abanico de posibilidades para visualizar conceptos abstractos, experimentar con construcciones geométricas y fomentar un entendimiento más dinámico y participativo de la geometría, lo que les da un alto valor epistémico, contribuyendo a atender y contrarrestar este fenómeno al que algunos especialistas han denominado pérdida de aprendizajes (UNESCO et al., 2021).

El presente trabajo aborda una experiencia de aula desarrollada con un grupo de 2.º grado de secundaria, en donde el objetivo se centró en que el alumnado fuera capaz de caracterizar ángulos inscritos y centrales en una circunferencia y analizar sus relaciones, a través de la interacción con un applet creado con GeoGebra. Consideramos esta herramienta digital ya que en diversos estudios (Juárez y Eligio, 2020; Zulnaidi y Zakaria, 2012) han sido documentados sus beneficios en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

1.1. Intenciones didácticas

Las intenciones didácticas de la experiencia descrita son que el alumnado:

- Analice las características de los ángulos centrales e inscritos de la circunferencia.
- Encuentre la relación entre las medidas de ángulos centrales e inscritos, cuando sus lados comprenden el mismo arco, a partir de trazos en un mismo círculo.
- Deduzca que todo triángulo inscrito en una semicircunferencia es un triángulo rectángulo.

1.2. Contexto de aplicación

La secuencia didáctica se aplicó en la Escuela Secundaria General No. 3 “Ignacio Ramírez”, ubicada en la Ciudad de Guanajuato, Gto., es una escuela pública que labora en el turno matutino, a la que asisten 644 estudiantes, de los cuales 333 son mujeres y 311 son hombres. Se localiza en una zona urbana, rodeada en su mayoría por desarrollos habitacionales de viviendas de interés social que cuentan con todos los servicios básicos, con vialidades amplias y pavimentadas que facilitan el tránsito y acceso vehicular.

El espacio donde se llevó a cabo esta actividad se denomina Aula LEA (Laboratorio de Experiencias de Aprendizaje), la cual forma parte de un proyecto denominado SINERGIA; que el Gobierno Estatal a través de la Secretaría de Educación de Guanajuato, promueve en las escuelas de educación primaria y secundaria para fomentar e innovar ambientes de aprendizaje con el uso eficiente de soluciones tecnológicas. Están organizadas de tal manera que permiten

que grupos de hasta 25 estudiantes puedan utilizar de manera personal una computadora portátil, y promover al mismo tiempo el aprendizaje colaborativo, en tanto trabajan en mesas trapezoidales que en conjunto forman estaciones hexagonales de equipos de trabajo de al menos 5 integrantes por mesa.

El espacio está equipado con un sistema de presentaciones colaborativas para aula, un software para la educación asistida, licencias de software de inglés, software para experimentos digitales de física, química y biología, un software de simulaciones interactivas para matemáticas, física, química y biología, mobiliario y proyector, por lo que el alumnado está habituado al uso de tecnología digital de este tipo.

1.3. Características de los estudiantes que participaron en la clase

El alumnado que participó en la actividad cursa el 2.º año de secundaria, por lo que su rango de edad es de 13 a 14 años, este grupo se conforma por 10 hombres y 10 mujeres, en quienes, de acuerdo con los reportes de los departamentos de Psicología y Trabajo Social de la escuela, no se detectan Barreras para el Aprendizaje y la Participación (BAP) significativas, tomando como referencia el enfoque desarrollado por Booth y Ainscow (2002, p. 8), en el que definen que “las barreras al aprendizaje y la participación surgen de la interacción entre los/as estudiantes y sus contextos; las personas, las políticas, las instituciones, las culturas y las circunstancias sociales y económicas que afectan a sus vidas”.

Cabe aclarar que ninguno de los participantes forma parte de algún grupo en donde el docente sea titular, de manera que será el primer contacto, con fines didácticos, que él tenga con el alumnado sujeto de esta práctica. Lo anterior debido a que el papel que desempeña el profesor dentro de la institución es de carácter administrativo, cuya función específica es la de acompañar y asesorar al profesorado de la disciplina de matemáticas.

2. PROPUESTA DIDÁCTICA

Previo al desarrollo de la sesión se construyó un applet en GeoGebra, diseñado para que cada estudiante reconozca algunas de las rectas y segmentos notables en la circunferencia, y que, con base en ello, defina cuáles son las características de los ángulos centrales e inscritos, respectivamente. Así mismo, mediante el uso de deslizadores que hagan variar la medida del arco que subtienden y comparten ambos ángulos, así como la posición del vértice del ángulo inscrito, se pretende que el estudiante encuentre y destaque la relación que guardan ambas construcciones geométricas entre sí. Las acciones anteriores se irán observando en diversos momentos de la clase de acuerdo con la consigna, para lo cual se incluyeron casillas de control dentro de esta herramienta.

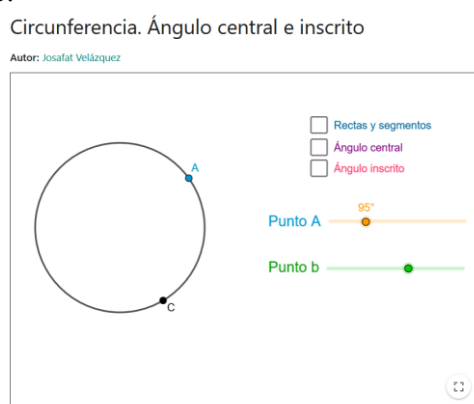
Se decidió trabajar con GeoGebra por el valor relacionado con el conocimiento y la comprensión que la herramienta significa, ya que permite representar visualmente conceptos matemáticos con los que el estudiante puede interactuar y experimentar (Figura 1), lo que se considera es fundamental para comprender aspectos abstractos como los que se abordan en la presente propuesta, por ejemplo, al momento de modificar parámetros en el applet y ver cómo estos cambios afectan el modelo presentado. En el estudio de Juárez y Eligio (2020) se hace hincapié en los beneficios que presenta el applet de GeoGebra en los estudiantes cuando resuelven problemas geométricos, entre estos se encuentra la reflexión que los estudiantes

consiguen hacer al manipular los deslizadores del applet, misma que no lograron al trabajar únicamente con lápiz y papel.

Como parte de las consideraciones previas respecto a la dinámica de la sesión, se contempló que la apropiación de cada uno de los conceptos a abordar partiera de los conocimientos previos del alumnado, por ello la metodología de trabajo se centró en resolver tareas de forma individual para después compartir en plenaria las ideas y los hallazgos de cada uno, esto con la finalidad de socializar el conocimiento, estando de acuerdo con Mejías y Sandoval (1996, p. 38) cuando aseguran al respecto que “el conocimiento no es un objeto que se pasa de uno a otro, sino que es algo que se construye por medio de operaciones o habilidades cognitivas que se inducen en la interacción social”.

Figura 1

Vistas del applet construido.

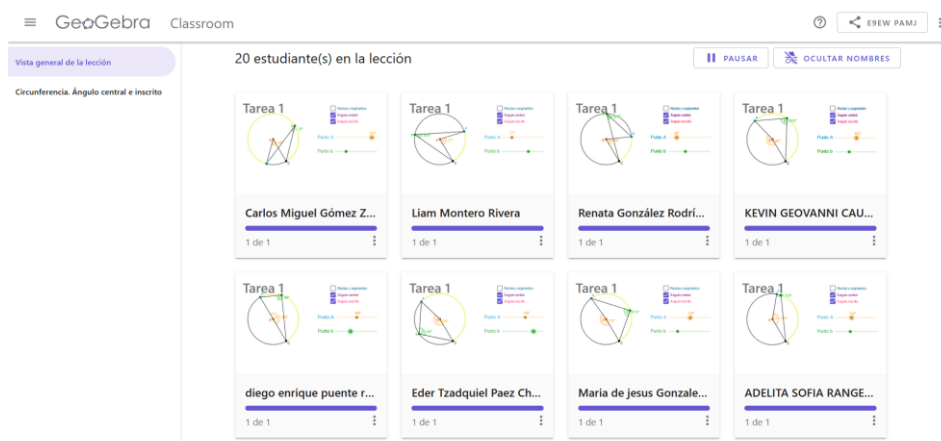


2.1. Desarrollo de la sesión

Habiendo ingresado al Aula LEA, se le pidió al alumnado que tomara una computadora portátil del gabinete de carga, que regresara a su estación de trabajo y que encendiera su equipo, una vez realizado, debía ingresar a la siguiente dirección en el navegador web: www.geogebra.org/classroom. Ya en la página se le indicó que ingresara el código E9EW PAMJ y que se identificara con su nombre completo, para ingresar al classroom de GeoGebra (Figura 2).

Figura 2

Vista general del classroom de GeoGebra.



Se le entregó una guía de trabajo al alumnado (Figura 3) y se analizó en colectivo el objetivo y las intenciones didácticas proyectadas para la sesión, en la misma se le solicitó que incluyera su nombre, para posteriormente brindarle retroalimentación.

Figura 3

Guía de trabajo entregada al alumnado.

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DE GUANAJUATO Supervisión de Escuelas Secundarias Generales. Zona 13 Escuela Secundaria General No. 3 "Ignacio Ramírez"	
Ángulos inscritos y centrales en una circunferencia. Profr. Josafat Javier Velázquez Hernández	
Disciplina	Matemáticas 2.º
Contenido	Circunferencia, círculo y esfera.
PDA	Determina la medida de ángulos inscritos y centrales, así como de arcos de circunferencia.
Estudiante: _____	
Objetivo. Como resultado del desarrollo de esta secuencia didáctica se espera que seas capaz de caracterizar ángulos inscritos y centrales en una circunferencia y analices sus relaciones.	
Intenciones didácticas. • Que analices las características de los ángulos centrales e inscritos. • Que encuentres la relación entre las medidas de ángulos centrales e inscritos, cuando sus lados comprenden el mismo arco, a partir de trazos en un mismo círculo. • Que deduzcas que todo triángulo inscrito en una semicircunferencia es un triángulo rectángulo.	

2.1.1 Activación de conocimientos previos

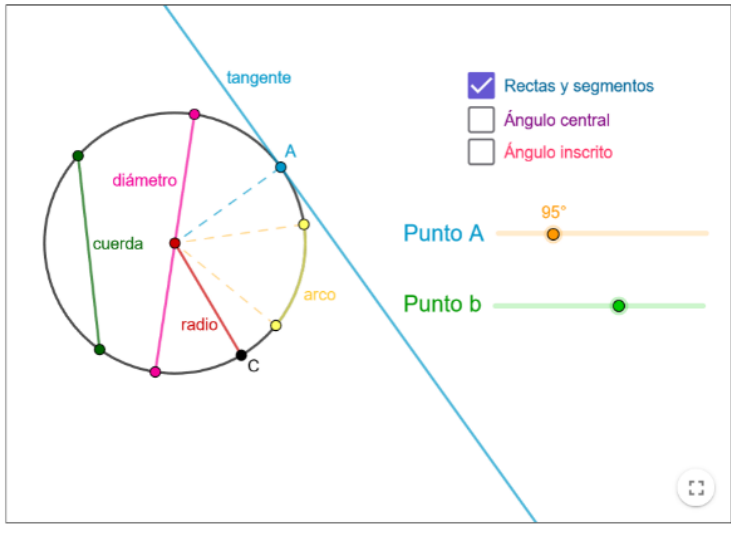
Haciendo uso del applet, se les pidió que seleccionaran la casilla de control "Rectas y segmentos" y, con base en lo que observaran, relacionaran dos columnas donde se enunciaban rectas y segmentos notables en la circunferencia, así como algunos enunciados que referían a las definiciones de estos. La Figura 4 muestra un ejemplo de respuestas dadas por un alumno en virtud de sus observaciones del applet.

Algo que llama la atención, es que a pesar de haberse advertido en la consigna que los incisos podían repetirse al ser relacionados con la columna de las definiciones, varios estudiantes se mostraron desconcertados e incluso hicieron comentarios sobre que sobrarían enunciados, fue hasta que leyeron con mayor detenimiento que se dieron cuenta que varios de ellos correspondían a un mismo segmento de la circunferencia, tal fue el caso del radio, el arco y el diámetro.

Figura 4

Producto de un alumno a partir de lo que observa en el applet.

Circunferencia. Ángulo central e inscrito
 Autor: Josafat Velázquez



2. Ya dentro del classroom de GeoGebra, haciendo uso del applet, verifica que únicamente esté señalada la casilla de control "Rectas y segmentos" y, con base en lo que observes, relaciona ambas columnas (pueden repetirse los incisos):

a) Cuerda	(c) Elemento cuya medida es la mitad de la medida del diámetro.
b) Tangente	(a) Segmento trazado entre dos puntos diferentes de la circunferencia.
c) Radio	(b) Elemento que es perpendicular a un radio en un punto de la circunferencia.
d) Arco	(c) Segmento que va del centro a un punto de la circunferencia.
e) Diámetro	(d) Elemento de la circunferencia determinado por la abertura de un ángulo central.
	(e) Elemento cuya longitud es el doble de la medida del radio.
	(e) Cuerda de mayor longitud en una circunferencia.
	(a) Parte de la circunferencia delimitada por dos puntos en ella.

Cabe destacar que en esta actividad el enunciado "Segmento trazado entre dos puntos diferentes de la circunferencia" al estar muy cercano a la definición de diámetro, causó cierto conflicto en el alumnado, sin embargo, una gran mayoría (90%) pudo discernir que, para tratarse de uno, hacía falta que se mencionara que este segmento pasaba por el centro de la circunferencia, tal como se evidencia en la Tabla 1, donde se concentra el porcentaje de acierto que hubo al relacionar las columnas:

Tabla 1*Porcentaje de acierto al relacionarlas rectas o los segmentos notables con su descripción.*

Recta o segmento	Porcentaje de acierto por definición	
	Definición	%
Cuerda	• Segmento trazado entre dos puntos diferentes de la circunferencia.	90
Tangente	• Elemento que es perpendicular a un radio en un punto de la circunferencia.	45
Radio	• Elemento cuya medida es la mitad de la medida del diámetro.	50
Arco	• Segmento que va del centro a un punto de la circunferencia.	90
	• Elemento de la circunferencia determinado por la abertura de un ángulo central.	80
Diámetro	• Parte de la circunferencia delimitada por dos puntos en ella.	85
	• Elemento cuya longitud es el doble de la medida del radio.	45
	• Cuerda de mayor longitud en una circunferencia.	45

Por otro lado, se intuye que el criterio mencionado en el párrafo anterior pudo haber originado que se concentrara el menor porcentaje de aciertos en las dos definiciones de diámetro (45% en ambas), lo anterior se infiere al no explicitarse, en ninguno de los enunciados, que este segmento toca o pasa por el centro de la circunferencia. Al no tener este concepto claro y al no poder asociarlo con ninguna de las representaciones gráficas contenidas en el applet, se dio un fenómeno muy particular al momento de observar el porcentaje de acierto en las definiciones de radio, pues mientras aquella que menciona que es un “segmento que va del centro a un punto de la circunferencia” concentra el 90% de acierto, la que lo define como un “elemento cuya medida es la mitad del diámetro” sólo alcanzó un 50%.

2.1.2 Análisis de las características de los ángulos centrales e inscritos

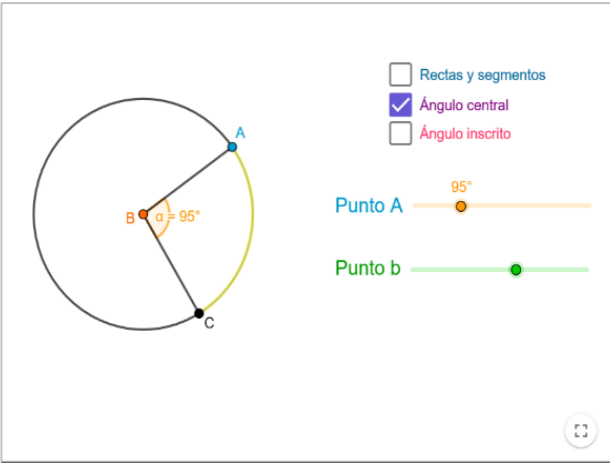
Se solicitó al alumnado que seleccionara la casilla de control “Ángulo central”, verificando que fuera la única que estuviese activa, y que estructurara con sus propias palabras una definición para éste. De igual forma, se le solicitó que con la casilla de control “Ángulo inscrito” activa estructuran una definición. Las Figuras 5 y 6 muestran ejemplos de respuestas dadas por el alumnado a estas cuestiones.

Figura 5

Definición de ángulo central por parte de un alumno, a partir de lo que observa en el applet.

Circunferencia. Ángulo central e inscrito

Autor: Josafat Velázquez



3. Selecciona la casilla de control "Ángulo central" (verifica que sea la única que esté activa), y estructura con tus propias palabras una definición para éste.

Se caracteriza porque el vertice esta en el centro, y puede ser cualquier angulo.

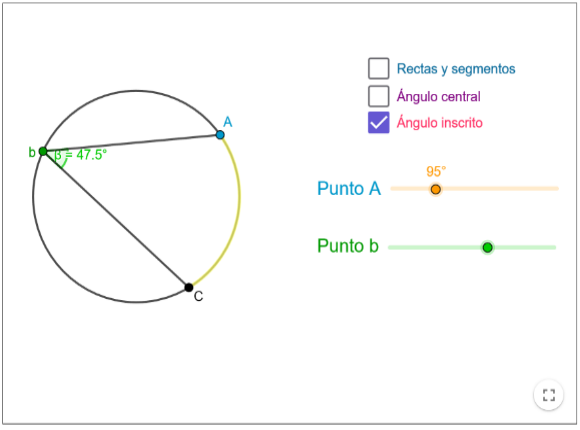
Se forma con 2 radios

Figura 6

Definición de ángulo inscrito por parte de un alumno, a partir de lo que observa en el applet.

Circunferencia. Ángulo central e inscrito

Autor: Josafat Velázquez



4. Realiza lo mismo con la casilla de control "Ángulo inscrito" (verifica que sea la única que esté activa), y estructura con tus propias palabras una definición para éste.

El vértice se ubica en cualquier parte de la circunferencia al igual que el final de los dos segmentos. Es formado por 2 cuerdas.

2.1.3 Búsqueda de la relación entre las medidas de ángulos centrales e inscritos

La siguiente indicación fue que activaran las dos casillas de control anteriores (Ángulo central y Ángulo inscrito) y que utilizaran el deslizador “Punto A” para hacer variar la medida del arco que subtienden y comparten ambos ángulos de la circunferencia, también se les pidió que observaran con detenimiento la variación en la medida de sus ángulos y para guiarlos se plantearon las siguientes preguntas ¿encuentras alguna relación entre la medida de ambos ángulos?, ¿qué razón existe entre la medida de uno respecto la del otro?

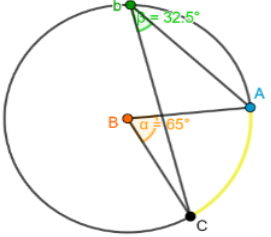
Al terminar, se les pidió que dejaran en un punto fijo el deslizador “Punto A” y que manipularan el deslizador “Punto b”, para que observaran cómo el vértice del ángulo inscrito comenzaba a moverse sobre la circunferencia; después de algunos minutos se realizaron los siguientes cuestionamientos ¿esto afecta la medida del ángulo?, ¿sigue existiendo la relación que encontraste en el punto 5? La Figura 7 ilustra las relaciones encontradas por el alumnado tras manipular el applet.

Figura 7

Relaciones encontradas por un alumno al manipular el applet.

Circunferencia. Ángulo central e inscrito

Tarea 1



☐ Rectas y segmentos

☒ Ángulo central

☒ Ángulo inscrito

Punto A 65°

Punto b 0°

5. Activa las dos casillas de control anteriores y utiliza el deslizador “Punto A” para hacer variar la medida del arco que subtienden y comparten ambos ángulos de la circunferencia, observa con detenimiento la variación en la medida de sus ángulos, ¿encuentras alguna relación entre la medida de ambos ángulos?, ¿qué razón existe entre la medida de uno respecto la del otro?

El ángulo central es la mitad del ángulo inscrito

6. Deja en un punto fijo el deslizador “Punto A” y manipula el deslizador “Punto b”, observarás que el vértice del ángulo inscrito comienza a moverse sobre la circunferencia, ¿esto afecta la medida del ángulo?, ¿sigue existiendo la relación que encontraste en el punto 5?

1-No afecta la medida del ángulo.
2-Sí.

2.1.4 Deducción de las características de un triángulo inscrito en una semicircunferencia

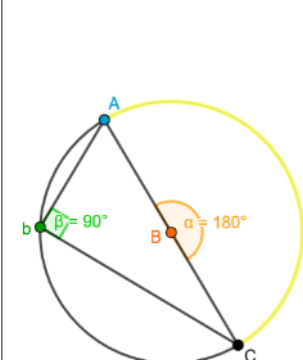
Ya casi para finalizar se pidió a los estudiantes que manipularan el deslizador “Punto A” para que hicieran que el ángulo central midiera 180° y que observaran cuál es la medida del ángulo inscrito; luego, sin mover el deslizador “Punto A”, se les pidió que operaran el “Punto b” y verificaran si la medida del ángulo inscrito cambiaba. Después de varias configuraciones se les invitó a que reflexionaran sobre qué figura se formaba entre los ángulos central e inscrito, en cualesquiera de las pruebas realizadas, para posteriormente preguntarles ¿qué características tiene esta figura y qué puedes asegurar sobre ella? El tipo de respuestas dadas por el alumnado a esta pregunta se ilustra con la Figura 8.

Figura 8

Inferencia de un alumno sobre un triángulo inscrito en una circunferencia.

Circunferencia. Ángulo central e inscrito

Tarea 1



☐ Rectas y segmentos
☒ Ángulo central
☒ Ángulo inscrito

Punto A 180°
 Punto b

7. Manipulando el deslizador "Punto A", haz que el ángulo central mida 180° y observa cuál es la medida del ángulo inscrito, ¿cuánto mide? Ahora, sin mover el deslizador "Punto A", opera el "Punto b" y verifica si la medida del ángulo inscrito cambia.

90°
 no cambia.

8. En cualesquiera de las pruebas que realizaste en el punto 7, define qué figura se forma entre los ángulos central e inscrito, ¿qué características tiene esta figura y qué puedes asegurar sobre ella?

Es un triángulo rectángulo

2.2. Cierre de la sesión

En plenaria se socializaron las ideas y relaciones que fueron encontradas por parte del alumnado durante el desarrollo de la clase, durante las participaciones fue común escuchar que cualquier ángulo central mide el doble que el ángulo inscrito; otros estudiantes advertían el inverso de esta relación, que el ángulo inscrito mide la mitad que el ángulo central, a lo que el docente agregó que ambos casos se cumplen sólo si los ángulos comparten un mismo arco, mencionando que a esta relación se le conoce como el “Teorema del ángulo central” o “Teorema del ángulo inscrito”, según sea el caso.

Adicional a lo anterior, se le preguntó al alumnado qué es lo que había observado al momento de manipular el applet y definir una medida de 180° y hacer variar la posición del vértice del ángulo inscrito, a lo que en varias participaciones se destacó que en todos los casos el ángulo inscrito seguía midiendo 90° ; tras cuestionar sobre qué figura se formaba con los lados de ambos ángulos, el alumnado coincidió en que era un triángulo con un ángulo de 90° , otra parte, la minoría, lo nombró como triángulo rectángulo, afirmación que hizo sentido al resto de la clase. El profesor concluyó que con base en las aportaciones se podía afirmar que todo triángulo inscrito en la mitad de una circunferencia es un triángulo rectángulo.

2.2.1 Ejercicio de autoevaluación

Con la finalidad de recabar el sentir del alumnado tras el desarrollo de esta secuencia didáctica y medir el nivel de apropiación que percibió haber logrado, se le proporcionó un formulario alojado en la paquetería de Google, construido tomando como referencia la Taxonomía de Bloom (Bloom, 1956), en el que se solicitó que leyera cada uno de los enunciados y eligiera el que representara de mejor forma su sentir respecto a lo aprendido durante la sesión (Figura 9). Las respuestas a esta pregunta de elección se muestran en la Figura 10.

Figura 9

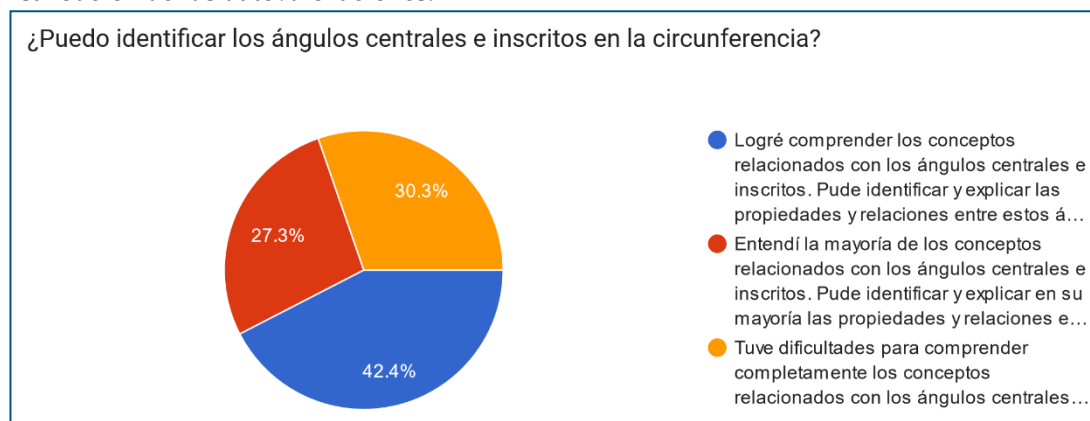
Niveles de logro propuestos en el formulario

¿Puedo identificar los ángulos centrales e inscritos en la circunferencia? *

- ☐ Logré comprender los conceptos relacionados con los ángulos centrales e inscritos. Pude identificar y explicar las propiedades y relaciones entre estos ángulos, así como deducir por qué un triángulo inscrito en una semicircunferencia es rectángulo.
- ☐ Entendí la mayoría de los conceptos relacionados con los ángulos centrales e inscritos. Pude identificar y explicar en su mayoría las propiedades y relaciones entre los ángulos, aunque tuve algunas dificultades. Mi comprensión sobre por qué un triángulo inscrito en una semicircunferencia es rectángulo fue parcial.
- ☐ Tuve dificultades para comprender completamente los conceptos relacionados con los ángulos centrales e inscritos. Pude identificar algunos ángulos y propiedades, pero mi comprensión de las relaciones entre estos ángulos es limitada. No logré deducir o explicar por qué un triángulo inscrito en una semicircunferencia es rectángulo.

Figura 10

Distribución de las autovaloraciones.

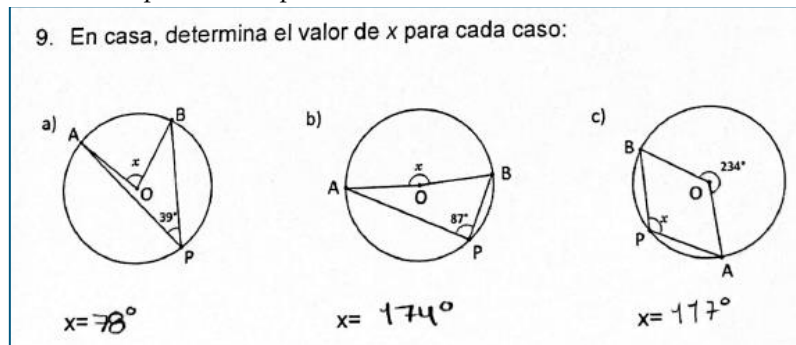


2.2.2 Aplicando lo aprendido

Se solicitó a alumnado que en casa determinara el valor de x para cada uno de tres modelos geométricos presentados, con la intención de seguir estimulando la comprensión de la relación entre ángulos inscritos y ángulos centrales, además de servir como insumo para valorar la aplicación del conocimiento obtenido (Figura 11).

Figura 11

Soluciones de un alumno planteados para abordarse en casa.



Para atender la consigna que se muestra en la imagen, fue necesario que el estudiante determinara si la medida definida correspondía al ángulo central o al ángulo inscrito, para posteriormente calcular el valor de x con base en el “Teorema del ángulo central” o “Teorema del ángulo inscrito” enunciados en la sesión, esto en cada una de las tres circunferencias dadas.

3. CONCLUSIONES

Tras analizar los resultados obtenidos mediante la aplicación de esta secuencia didáctica, que se enfocó en la utilización de GeoGebra como herramienta digital para explorar la relación entre un ángulo inscrito y uno central que comparten un mismo arco, se concluye que esta metodología presentó varias ventajas significativas. Entre ellas, permitió al alumnado visualizar de manera interactiva cómo cambian los ángulos al modificar el arco compartido, lo que facilitó una comprensión más profunda y tangible de los conceptos geométricos. Además, aseguró la

precisión en la construcción y medición de ángulos y arcos, reduciendo errores y reforzando la exactitud en los resultados obtenidos.

Asimismo, se puede afirmar que el uso del applet construido con GeoGebra permitió a los estudiantes explorar múltiples escenarios rápidamente, algo que, en contraste, con el uso de herramientas convencionales, como regla y compás, podría llevar más tiempo para dibujar y medir ángulos, limitando la capacidad de explorar diversas situaciones geométricas en un tiempo reducido, lo que, aunado a las demás ventajas, ayudó a una comprensión más exacta de las relaciones entre la medida de los ángulos.

Partiendo de la sistematización de la información y productos recabados, en un ejercicio de valoración sobre el nivel de logro alcanzado para cada una de las tres Intenciones Didácticas (ID) planteadas, se determinó lo siguiente:

- ID1. Alto: La mayoría del grupo logró identificar y describir con precisión los ángulos centrales e inscritos. Se observó una comprensión general de las propiedades y relaciones entre estos ángulos.
- ID2. Medio: Algunos estudiantes lograron comprender la relación entre ángulos, pero mostraron dificultades en cálculos o explicaciones precisas en ciertos casos.
- ID3. Medio: Algunos estudiantes entendieron la idea general, pero mostraron dificultades al explicar por qué un triángulo inscrito en una semicircunferencia es rectángulo en todos los casos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bloom, B. (1956). *Taxonomía de los objetivos educacionales, Manual I: El dominio cognitivo*. David McKay.
- Booth, T. y Ainscow, M. (2002). *Índice de Inclusión. Desarrollando el aprendizaje y la participación en las escuelas*. UNESCO/CSIE.
- Cifuentes-Faura, J. (2020). Docencia online y Covid-19: la necesidad de reinventarse. *Revista de Estilos de Aprendizaje*, 13, 115-127.
<http://revistaestilosdeaprendizaje.com/article/view/2149/3248>
- Díaz-Barriga, Á. (2020). La escuela ausente, la necesidad de replantear su significado. En H. Casanova (Coord.) *Educación y pandemia: una visión académica* (pp. 19-29). UNAM.
https://www.iisue.unam.mx/investigacion/textos/educacion_pandemia.pdf
- Juárez, C. M. y Eligio, U. X. (2020). El Applet como un Recurso para la Reflexión en la Resolución de Problemas Geométricos. *Journal of Research in Mathematics Education*, 9(1), 88-115.
- Mejía, R. y Sandoval, S. (1996). *Interacción social y activación del pensamiento. Transformación del estilo docente*. ITESO.
- MEJOREDU (2023). Evaluación diagnóstica del aprendizaje de las y los alumnos de educación básica 2022-2023. Informe de resultados.
- UNESCO, UNICEF y BM. (2021). *The State of the Global Education Crisis*. World Bank Group.
- Zulnaidi, H. y Zakaria, E. (2012). The effect of using GeoGebra on conceptual and procedural knowledge of high school mathematics students. *Asian Social Science*, 8(11), 202-206.