

¿Cómo conciben la aleatoriedad los maestros de educación infantil en formación?

Osmar D. Vera

Universidad de Cádiz, osmar.dario@uca.es

Carmen Batanero

Universidad de Granada, batanero@ugr.es

Jocelyn D. Pallauta

Universidad de Los Lagos, Chile, jocelyn.diaz@ulagos.cl

Resumen: Se presenta un estudio exploratorio de la definición y ejemplos de aleatoriedad que proponen una muestra de 132 maestros en formación de educación infantil, así como las respuestas a su discriminación entre sucesos aleatorios y no aleatorios. Los resultados indican, en una parte de los participantes, una concepción incompleta de la aleatoriedad y la asignación de una fenomenología muy reducida a los sucesos aleatorios. Hay mejores resultados en la discriminación de sucesos aleatorios y deterministas, aunque todavía se presentan dificultades. Se concluye la necesidad de reforzar la formación probabilística de estos futuros profesores para que sea posible abordar con éxito la introducción de ideas de azar y probabilidad en las primeras etapas educativas.

Palabras clave: comprensión de la aleatoriedad, fenomenología del azar, evaluación, maestros de educación infantil en formación.

How early childhood pre-service teachers conceive randomness?

Abstract: We present an exploratory study of the definition and examples of randomness proposed by a sample of 132 prospective early childhood education teachers, as well as their responses to their discrimination between random and non-random events. The results indicate that some participants have an incomplete conception of randomness and that they assign a very reduced phenomenology to random phenomena. The discrimination of random and deterministic events was better, although difficulties remain. We conclude the need to reinforce the probabilistic training of these prospective teachers in order to successfully address the introduction of ideas of chance and probability in the early stages of education.

Key words: understanding randomness, chance phenomenology, assessment, early childhood pre-service teachers.

1. INTRODUCCIÓN

Un tema debatido en los últimos años es la necesidad de introducir algunas ideas sobre el azar y la probabilidad en la etapa de educación infantil (Alsina, 2017; Alsina y Vásquez, 2016). Dos razones apoyan esta propuesta: Por un lado, las investigaciones más recientes muestran que niños y niñas muy pequeños ya tienen ideas sobre lo aleatorio y se sienten interesados por el

tema (Batanero et al., 2021; Kafoussi, 2004). Por otro, el niño encuentra el azar en su vida familiar, escolar y social en numerosas situaciones, que pueden servir para contextualizar este aprendizaje.

El éxito de la introducción de este tema en esta etapa educativa se basará sin duda en la preparación adecuada de los maestros, aunque, en este momento, las asignaturas de didáctica de la matemática en el Grado de Educación Infantil dedican muy poco tiempo a la estadística y probabilidad. Además, algunas investigaciones recientes, indican dificultades de comprensión de la probabilidad por parte de profesores en formación inicial (Batanero y Álvarez-Arroyo, 2024) y hay pocas investigaciones realizadas con maestros en formación de educación infantil (Franco y Alsina, 2022).

Para aportar información al respecto, el objetivo de este trabajo es presentar los resultados de un estudio exploratorio que evalúa las características que asignan a los sucesos aleatorios, los ejemplos que proponen y la discriminación entre fenómenos aleatorios y deterministas de una muestra de maestros de educación infantil en formación inicial. En lo que sigue se describen los antecedentes, concepciones sobre la aleatoriedad, método y resultados del estudio.

2. ANTECEDENTES

Las investigaciones con maestros de educación primaria en formación inicial indican que son capaces de trabajar el planteamiento y resolución de problemas de probabilidad, la comunicación y la argumentación (Alonso-Castaño et al., 2021) y comprenden el concepto de juego equitativo (Hourigan y Leavy, 2020). Sin embargo, muchos desconocen los diferentes significados de la probabilidad y no perciben la independencia de ensayos repetidos (Ingram, 2022) o forman espacios muestrales incorrectos para los problemas de probabilidad (Chernoff et al., 2018).

Azcárate et al. (1998) realizan un estudio cuyo objetivo fue conocer los criterios que un grupo de maestros de educación primaria en formación inicial utilizaba para explicar sus creencias y opiniones sobre la naturaleza aleatoria de diferentes fenómenos. Para ello les preguntaron si eran aleatorios o no una serie de sucesos, justificando su respuesta. Entre las creencias de los participantes encuentran el no reconocimiento de la aleatoriedad, la aleatoriedad como incertidumbre, causalidad, equiprobabilidad, múltiples posibilidades, falta de información, así como las ligadas a los significados laplaciano y frecuencial de la probabilidad.

Gómez (2014) estudia el conocimiento matemático para enseñar probabilidad de una muestra de maestros de educación primaria en formación inicial, indicando dificultades de comprensión de conceptos asociados a los significados frecuencial y subjetivo de la probabilidad, pero no evalúa específicamente su comprensión de la aleatoriedad o la fenomenología que le asocian.

Respecto al conocimiento didáctico, Gea y Fernández (2018) indican que, en su investigación, la mayor parte de un grupo de maestros de educación primaria en formación inicial pudieron discriminar las respuestas correctas o incorrectas de estudiantes a problemas elementales de probabilidad. Los participantes en el trabajo de Gómez (2014) tuvieron mayor dificultad al identificar errores en tareas de probabilidad frecuencial, juego equitativo y sesgo de equiprobabilidad y los de Burgos et al. (2022) al evaluar las soluciones de sus estudiantes a problemas de comparación de probabilidades o sugerir propuestas didácticas para ayudarles a superar sus errores.

El cuestionario utilizado en esta investigación se ha tomado de Hernández-Salmerón (2015), quien evalúa la comprensión de la idea de aleatoriedad en una muestra de 89 estudiantes de 1º y 2º cursos de Educación Secundaria Obligatoria (ESO). La autora califica las respuestas a los ítems como correctas, parcialmente correctas o incorrectas, sin analizar las argumentaciones empleadas. Sus resultados indican que fue difícil para los estudiantes proporcionar ejemplos de aleatoriedad diferentes de los juegos de azar.

3. DIFERENTES CONCEPCIONES DE LA ALEATORIEDAD

Para analizar las respuestas de los profesores participantes nos basamos en los diferentes significados que el concepto de aleatoriedad ha recibido a lo largo de la historia y que todavía persisten en la práctica estadística o en las concepciones de los estudiantes. Entre dichas concepciones o interpretaciones encontramos las siguientes, descritas en Batanero et al. (1998) y Bennet (1999).

- Una primera concepción, aceptada, según Bennet (1999), hasta el comienzo de la Edad Media es interpretar *la aleatoriedad como contraposición a la relación causa-efecto*. En esta interpretación subyace una visión determinista del mundo, donde todo lo que existe tiene una causa, aunque esta causa no se conoce para los fenómenos aleatorios.
- De hecho, la interpretación de *aleatoriedad como fenómeno causado por causas desconocidas* estuvo aceptada hasta comienzos del siglo XX, cuando Poincaré (1912/1987) hizo notar con ejemplos la existencia de fenómenos aleatorios con causas conocidas, como el movimiento Browniano.
- Al comienzo del cálculo de probabilidades se analizaron sobre todo los juegos de azar por diversos autores como Pascal y Fermat, en que todos los sucesos del espacio muestral son equiprobables. Paralelamente, se formó una concepción de *aleatoriedad como equiprobabilidad* de todos los sucesos elementales de un experimento. Esta concepción, aunque más avanzada, es muy reducida y solo serían aleatorios los juegos de azar, pues es difícil encontrar otras situaciones en que los sucesos posibles sean equiprobables (Batanero et al., 1998).
- La concepción frecuencial de la probabilidad, que introduce Jacques Bernoulli al demostrar la ley de los grandes números (Bennet, 1999), amplía la aplicación de la probabilidad a muchos campos. *En esta concepción, la aleatoriedad se equipara a la estabilidad de las frecuencias*: Serían aleatorios los sucesos cuya frecuencia relativa se estabiliza a largo plazo.
- Con la introducción del teorema de Bayes y la probabilidad subjetiva, una nueva visión, sostenida, entre otros por Kyburg (1974), indica que *la aleatoriedad depende del conocimiento previo*: Sería una visión subjetiva donde un suceso puede ser aleatorio para unas personas y no para otras, considerando su conocimiento del fenómeno.
- Una visión más reciente es debida a Von Mises, quien define una secuencia aleatoria como aquella que no sigue un patrón conocido o que pueda conocerse y que se liga a la elaboración de las primeras tablas de números aleatorios (Batanero et al., 1998).

Finalmente, según Batanero et al. (1998), se considera aleatorio cualquier fenómeno en que se pueda aplicar el cálculo de probabilidades. Esta es la concepción que consideramos más avanzada, aunque todas las descritas fueron consideradas correctas en su día, Actualmente serían concepciones parcialmente correctas, pues no se aplican a todos los fenómenos

aleatorios. En lo que sigue, utilizamos estas concepciones de la aleatoriedad para interpretar las respuestas al cuestionario de los profesores participantes.

4. MÉTODO

Se trata de un estudio cualitativo, descriptivo y exploratorio. Participaron en la investigación 132 estudiantes del Grado de Magisterio en Educación Infantil, de la Universidad de Cádiz, en su mayoría de 19 o 20 años, que cursaban la asignatura de Conocimiento Matemático en Educación Infantil, en segundo curso de su carrera. Los estudiantes de la muestra no habían estudiado previamente ninguna asignatura de matemática en la universidad. Sin embargo, habiendo cursado la Educación Secundaria Obligatoria, todos ellos habrían estudiado en dicho periodo los experimentos y sucesos aleatorios, la probabilidad simple, compuesta y condicional. Ninguno de los participantes tenía necesidades especiales. Estos participantes completaron en el mes de noviembre de 2023, individualmente, en forma anónima y por escrito el cuestionario que se presenta en la Figura 1, disponiendo de un tiempo máximo de 90 minutos para responderlo. Lo completaron con interés y sin incidencias.

El cuestionario está formado por algunos ítems del construido por Hernández-Salmerón (2015) con tareas tomadas de textos dirigidos al profesorado, como el de Godino et al. (1988). Los tres primeros ítems son tomados directamente de dicho cuestionario y en el cuarto se redujo el número de situaciones (inicialmente seis) a cuatro. El objetivo del cuestionario es evaluar las características que los participantes atribuyen a la aleatoriedad, los ejemplos que son capaces de proponer de juegos y fenómenos aleatorios y su capacidad para discriminar fenómenos aleatorios y deterministas.

Figura 1.

Cuestionario propuesto a los futuros profesores

1. ¿Qué quiere decir que una cosa ocurre al azar?		
2. Pon ejemplos de juegos en que interviene el azar		
3. Pon ejemplos de situaciones de tu vida diaria (distinta de juegos) en las que interviene el azar		
4. Indica con una cruz (X) en cuáles de las siguientes situaciones interviene el azar y en cuáles no:	sí	no
a. Sacar una carta de una baraja española y observar si es de oros		
b. Observar si mañana llueve o no		
c. Poner agua a enfriar y observar si se congela a cero grados		
d. Lanzar un tiro a una canasta de baloncesto y observar si el balón entra		

El primer ítem es de respuesta abierta y se pide a los profesores que expliquen con sus propias palabras lo que sería un fenómeno de azar, para analizar la comprensión intuitiva que tiene el maestro en formación inicial de un fenómeno aleatorio. Se habla de fenómenos de azar en lugar de utilizar el término aleatorio, que pudiera no ser familiar para algún participante. En los ítems 2 y 3 se les piden ejemplos de juegos y de situaciones diferentes de los juegos, para analizar la tipología que consideran para los fenómenos aleatorios.

El ítem 4 presenta una serie de situaciones en las que el futuro maestro ha de discriminar cuáles son aleatorias (situaciones a, b, d) y cuáles deterministas (c). La situación (a) describe un juego de azar, la (b) un fenómeno meteorológico, la (c) una situación determinista y la (d) un

resultado deportivo. Esperamos que la situación (a) sería aceptada como aleatoria por aquellos participantes que admiten la concepción de azar como equiprobabilidad, o una más amplia que incluya esta; la (b) por los que también aceptan la que corresponde a estabilidad de las frecuencias y la (d) por los que aceptan igualmente la concepción subjetiva. Se espera rechacen la opción (c) como aleatoria.

Recogidas las respuestas escritas de los participantes, se realizó un análisis de contenido (Drisko y Maschi, 2016) de las respuestas a las preguntas 1 a 3, que fueron clasificadas mediante un proceso cíclico, en que uno de los autores clasificó las respuestas, siendo revisada la codificación por otro autor, hasta llegar a un consenso. Para cada situación descrita en la pregunta 2, se codificó simplemente si se respondía que el fenómeno era aleatorio o no.

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos para cada pregunta se exponen a continuación.

5.1. Definiciones de sucesos que ocurren al azar

Para responder la primera pregunta los participantes dieron su definición intuitiva de qué es algo que sucede al azar. Algunas de ellas pueden equipararse a las concepciones históricas de la aleatoriedad descritas en Bennet (1999) y se han categorizado en la forma siguiente:

D1. Algo que se contrapone a la relación causa y efecto: En estos casos, los futuros maestros indican que si algo ocurre al azar no tiene causa. Corresponde a una concepción primera del azar, consistente en suponer que todo está causado y un fenómeno es aleatorio simplemente porque no tiene una causa que lo produzca, es decir es casual.

Por ejemplo, P1: *Ocorre por casualidad, sin intención o motivo por el que esté condicionado.*

D2. Algo sin explicación: Las definiciones clasificadas en este apartado son las de los que indican que algo que ocurre al azar sería aquello cuya causa no conocemos; está relacionada con la definición D1, aunque es ligeramente diferente pues se admite que el fenómeno pueda tener causa, pero no las conocemos. Ambas son concepciones primitivas hoy superadas.

Por ejemplo, P2: *Una situación que ocurre al azar es fortuita, no planeada. Nadie sabía qué podría pasar.*

D3. Cuando hay equiprobabilidad de resultados: Estos futuros profesores indican que un experimento aleatorio consta de resultados equiprobables, y corresponde a una visión que estuvo aceptada en las primeras etapas de estudio de la probabilidad y ligada a la concepción clásica e la probabilidad. Aunque correcta, es limitada, pues sólo se aplicaría a los juegos de azar.

Por ejemplo, P3: *Que hay un 50% de posibilidades de que ocurra o no.*

D4. Se puede aplicar la probabilidad: Se considera que un fenómeno aleatorio es aquel al que se le puede aplicar las reglas de la probabilidad y eventualmente ocurrirá y sería una concepción que engloba a la D3.

Por ejemplo, P4: *Cuando algo tiene la misma probabilidad de que ocurra o no.*

Otras definiciones utilizadas por los participantes se apoyan en propiedades de los fenómenos aleatorios:

D5. Algo desordenado: Corresponde a una propiedad de una secuencia de resultados aleatorios, que, al no tener un patrón conocido, es desordenada. Sería similar a la concepción de Von Mises.

Por ejemplo, P5: *Una cosa que ocurre de forma aleatoria sin una sucesión determinada, es decir, sin un orden establecido.*

D6. Impredecible: Una característica de los sucesos aleatorios es que son fortuitos; no se puede decir con seguridad si ocurrirán o no en una única repetición del experimento aleatorio; sin embargo, se puede predecir la distribución del conjunto de sucesos en una serie de repeticiones del experimento.

Por ejemplo, P6: *Cuando se hace algo y hay posibilidad de que pase cualquier cosa.*

D7. Incontrolable: Otra propiedad de la aleatoriedad es que no se puede controlar y ocurre a pesar de la falta de control.

Por ejemplo, P7: *Algo que ocurre al azar es aleatorio, es decir, no tienes poder para decidir qué sucede.*

D8. Varias características: Cuando el maestro en formación inicial alude en su respuesta a varias de las anteriores características.

Por ejemplo, P8: *Hace alusión a que es una probabilidad, la cual no puede ser un resultado previsible pues existen variables que no podemos controlar y por tanto no podemos conocer con exactitud el resultado.* Este futuro profesor hace referencia a la probabilidad, a la vez que a la imposibilidad de control e impredecibilidad.

En la Tabla 1 presentamos los resultados de la definición intuitiva dada por los maestros en formación inicial de algo que ocurre por azar, con la finalidad de evaluar su concepción intuitiva de la aleatoriedad. Lo más frecuente fue considerar algo que ocurre al azar como contrario a la causa y efecto o sin causas conocidas (categorías D1 y D2) que son concepciones ya superadas e incorrectas. La concepción como equiprobabilidad (D3) sería parcialmente correcta al ser muy limitada, luego el resto de las categorías corresponden a concepciones correctas (D4 a D8, que corresponden al 57,6% de participantes)

Tabla 1

Frecuencia y porcentaje de definiciones de algo que ocurre por azar

Tipo de respuesta	Frecuencia	Porcentaje
D1. Contrario a causa y efecto	38	28,8
D2. Causas desconocidas	5	3,8
D3. Equiprobabilidad	13	9,8
D4. Se puede analizar con la probabilidad	5	3,8
D5. Desordenado	13	9,8
D6. Impredecible	27	20,5
D7. Incontrolable	22	16,7
D8. Varias características	9	6,8

Hernández-Salmerón (2015) no clasifica las respuestas por categorías y solo indica que el 71,4 % en primer curso de la ESO y el 78,8% en segundo curso dan respuesta y ejemplo

correcto en esta pregunta, por lo que los resultados en este estudio no llegan a alcanzar los de la autora, a pesar de que ella trabajaba con estudiantes de la ESO. Las categorías D1 y D2 aparecen en Azcárate et al. (1998) como una única denominada “causalidad”; también cita la categoría D3, pero no el resto de las categorías en nuestra clasificación. Por el contrario, en nuestro caso no aparecen la visión de la aleatoriedad como incertidumbre, falta de información, múltiples probabilidades, laplaciana o frecuencial.

5.2. Ejemplos de juegos de azar

En la Tabla 2 se presentan los tipos de juegos de azar citados por los maestros en formación de la muestra, junto con su frecuencia y porcentaje (respecto al total de participantes). Puesto que algunos participantes citan más de un ejemplo, la suma de porcentajes es mayor que 100. Se han ordenado los juegos citados por su frecuencia. Lo más frecuente fue citar el bingo (más de la mitad de la muestra), y entre una tercera parte y la mitad indican los juegos de cartas, lotería, parchís y ruleta. Son menos frecuentes las citas a otros juegos. En unos pocos casos se clasifican deportes como el fútbol o baloncesto como juegos de azar. Una diferencia con el trabajo de Hernández-Salmerón (2015) es que algunos de sus estudiantes citaron videojuegos disponibles en los teléfonos móviles o juegos infantiles como la gallina ciega y el escondite y en esta investigación no se ha dado ninguno de estos ejemplos.

Tabla 2

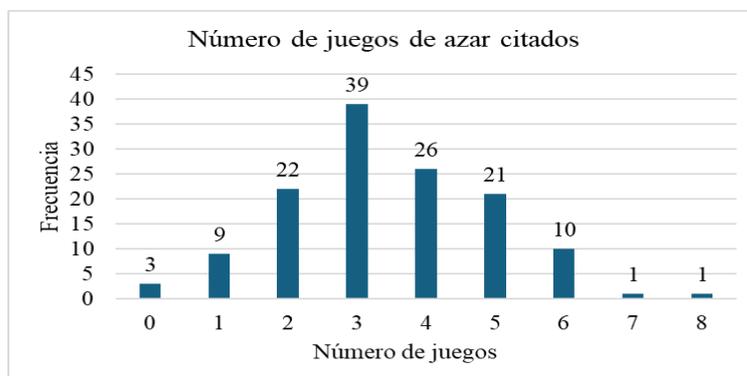
Frecuencia y porcentaje de participantes que citan distintos juegos de azar

Tipo de juego	Frecuencia	Porcentaje
Bingo	84	63,6
Cartas	62	47
Dados	60	45,5
Lotería	52	39,4
Parchís	49	37,1
Ruleta	45	34,1
Otros juegos de mesa	22	16,7
Casino	20	15,2
Oca	20	15,2
Monedas	19	14,4
Apuestas	14	10,6
Fútbol	4	3
Baloncesto	3	2,3

En la Figura 2 se representa el número de juegos de azar diferentes propuesto por cada uno de los futuros profesores de la muestra, donde se observa que lo más frecuente fue dar tres ejemplos, aunque algunos participantes llegaron hasta ocho juegos diferentes y unos pocos no llegaron a citar ninguno. En el trabajo de Hernández-Salmerón (2015) el número medio de ejemplos de juego de azar fue 2,3 muy próximo al obtenido en este trabajo.

Figura 2

Número de juegos de azar citados por cada participante



5.3. Ejemplos de fenómenos aleatorios diferentes de los juegos de azar

En la tercera pregunta se pidió a los futuros profesores que propusiesen situaciones aleatorias de su vida diaria que no fuesen juegos de azar, con la finalidad de conocer a qué fenómenos asignaban a la aleatoriedad. Las respuestas a esta pregunta se clasificaron en las siguientes categorías:

C1. Situaciones meteorológicas: La meteorología es una fuente de fenómenos aleatorios próximos a la vida de cualquier ciudadano y que aparece con frecuencia en los textos escolares. Por ello, se presentaron múltiples ejemplos en este contexto. Por ejemplo, si un día cualquiera llueve o no llueve o la temperatura ese día.

C2. Situaciones acontecidas por coincidencias: Otro grupo de fenómenos son las coincidencias, es decir, resultados inesperados. Algunos ejemplos descritos fueron ver a una persona famosa, a un amigo o a un conocido por la calle.

C3 y C4. Loterías y juegos de Azar: A pesar de que la pregunta explícitamente indicaba que no se sugirieran juegos de azar, todavía muchos participantes en el estudio los citaron, indicando como ejemplo, ganar una quiniela o recibir un premio de la lotería nacional. Cuando se trata de juegos de azar puros como la lotería, serían situaciones asimilables a la concepción de azar como equiprobabilidad, pero no en todos los casos se aplica, ya que, por ejemplo, ganar la quiniela no es un fenómeno de sucesos equiprobables.

C5. Situaciones escolares: Se citan ejemplos como las preguntas que tocan en un examen o la calificación del examen, o si la profesora llama o no a un alumno para responder una pregunta como aleatorias.

C6. Tráfico y transporte: El tráfico puede ser impredecible debido a varios factores, como accidentes, obras viales, condiciones meteorológicas adversas y la cantidad de vehículos en la carretera.

C7. Decisiones aleatorias: A veces tomamos decisiones al azar en situaciones triviales como elegir un restaurante, seleccionar una película, o elegir una prenda de vestir, reflejando la influencia del azar en nuestras elecciones diarias.

C8. Comercio y compras: Las compras impulsivas pueden ser influenciadas por factores aleatorios, como la atracción instantánea hacia un producto o una oferta inesperada. También se indica que por azar se puede adquirir un producto próximo a caducar o defectuoso.

C9. Accidentes: Los accidentes casuales pueden ocurrir debido a circunstancias imprevistas, como tropezar, resbalar o romper un objeto, que están más allá de nuestro control directo. Otros accidentes domésticos pueden ocurrir por quedarse sin combustible, pinchar una rueda, etc. añadiendo un elemento de azar a la vida cotidiana en el hogar.

C10. Salud: A pesar de tomar medidas preventivas, las enfermedades pueden afectarnos debido a la exposición a virus, bacterias u otros agentes patógenos que están fuera de nuestro control.

C11. Deportes: El resultado de un juego deportivo puede depender del azar en aspectos como la habilidad de los oponentes, lo que añade incertidumbre al resultado final.

C12. Trabajo/Laboral: A pesar de tener las habilidades necesarias, encontrar un empleo puede depender de factores externos, como la cantidad de otros candidatos o las preferencias del empleador.

C13. Finanzas: La rentabilidad de una inversión o la pérdida o ganancia esperada también tienen elementos aleatorios.

C14. Otras situaciones citadas que no se engloban en las anteriores, fueron extraer sin mirar un caramelo en una bolsa que contiene distintos sabores o jugar al amigo invisible.

Por último, algunos participantes citan situaciones no aleatorias o no responden la pregunta.

Las respuestas obtenidas se presentan en la Tabla 3, en la que la suma de porcentajes es mayor que 100, dado que algunos futuros profesores dieron varios ejemplos.

Tabla 3

Frecuencia y porcentaje de participantes que citan distintas situaciones aleatorias

Tipo de situación	Frecuencia	Porcentaje de participantes
C1. Meteorología	45	33,6
C2. Coincidencias o sucesos fortuitos	45	33,6
C3. Lotería, sorteos	37	27,6
C4. Otros juegos de azar	14	10,4
C5. Situaciones escolares	29	21,6
C6. Tráfico y transporte	23	17,2
C7. Decisiones aleatorias	16	11,9
C8. Comercio, compras	12	9,0
C9. Accidentes	15	11,1
C10. Salud	11	8,2
C11. Deportes	7	5,2
C12. Trabajo/laboral	2	1,5
C13. Finanzas	4	3,0
C14. Otras situaciones no aleatorias	5	3,7
No responde	3	2,2

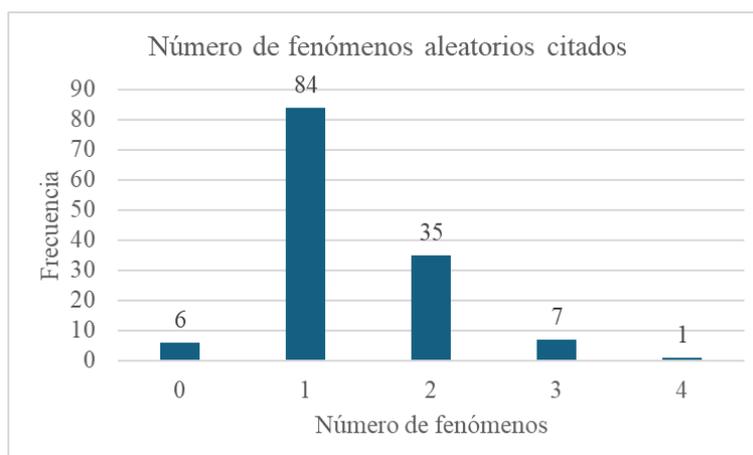
Los fenómenos más familiares para estos futuros profesores son la meteorología y las coincidencias. Hacemos notar que más de la cuarta parte que, a pesar de que se pedían situaciones diferentes de juegos de azar, dieron como ejemplos este tipo de juegos. En todo caso, en su conjunto se citan fenómenos variados, lo que indica una buena identificación de fenómenos de azar en la vida cotidiana por parte de los futuros profesores.

Hernández-Salmerón (2015) no clasifica el tipo de situaciones citadas por sus estudiantes, aunque indica que muchos estudiantes siguen respondiendo con juegos de azar en esta pregunta y que alrededor de un 30% no fue capaz de dar ningún ejemplo, proporción que es mucho menor en nuestro estudio (2,2 %).

En la Figura 3 se presenta la distribución del número de fenómenos aleatorios descritos en la pregunta 3 por cada participante, destacando su pequeño número, que se suele reducir a uno o dos ejemplos, e incluso en seis ocasiones no se cita ninguno. En todo caso las respuestas son mejores que en Hernández-Salmerón (2015), cuyos estudiantes no llegan a una respuesta correcta en promedio.

Figura 3

Número de fenómenos aleatorios citados por cada participante



5.4. Discriminación de sucesos aleatorios y deterministas

En la Tabla 4 se presentan los resultados en la Pregunta 4, donde se pide discriminar entre una serie de situaciones cuáles están relacionadas con el azar. A pesar de su aparente sencillez, se encuentran dificultades de discriminación de las situaciones deterministas y aleatorias por parte de los participantes.

En relación con la situación determinista (c), el mayor porcentaje de maestros en formación inicial la reconoce como tal. Al comparar con el trabajo de Hernández-Salmerón (2015) con estudiantes de educación secundaria, el porcentaje de estudiantes de 1º y 2º de la ESO que consideró determinista el suceso fue el 87,5% y 87,9%. Por lo tanto, nuestros resultados son mejores que aquellos (93,8%).

Tabla 4

Porcentaje de maestros en formación inicial que reconoce como aleatoria diferentes situaciones

Porcentaje de participantes que da cada respuesta	Sí	No
a. Sacar una carta de una baraja española y observar si es de oros	95,4	4,7
b. Observar si mañana llueve o no	53,5	46,5
c. Poner agua a enfriar y observar si se congela a cero grados	6,2	93,8
d. Lanzar un tiro a una canasta de baloncesto y observar si el balón entra	78,3	21,7

Respecto a las situaciones aleatorias, la mejor reconocida como tal es la (a) que corresponde a un juego de azar y donde se aplicaría la concepción de aleatoriedad como equiprobabilidad de resultados (Batanero et al., 1998). En la situación (d) solo el 78,3% reconoce la aleatoriedad; en esta situación sería aplicable una concepción subjetiva de la aleatoriedad, pues puede influir en la respuesta del estudiante el hecho de que sea bueno o malo encestando al baloncesto. Finalmente, solo algo más de la mitad de la muestra considera aleatorio que un día llueve o no, donde se aplicaría una concepción frecuencial, pero que parte de los participantes puede haber interpretado desde el punto de vista subjetivo, dependiendo de la información que tengan sobre el pronóstico del tiempo. Los porcentajes de estudiantes que consideran aleatorias estas situaciones para 1º y 2º cursos de ESO en la investigación de Hernández-Salmerón (2015) fueron 87,5% y 93,9% en la situación (a), 57,1% y 54,1% en la (b) y 87,5% y 93,9% en la (d). Por tanto, dichos resultados son similares a los del presente estudio en las dos últimas y mejores en la primera.

6. IMPLICACIONES PARA LA FORMACIÓN DE MAESTROS

En este trabajo se han descrito los resultados de un estudio exploratorio de evaluación sobre las ideas intuitivas del azar y aleatoriedad de un grupo de maestros de educación infantil en formación inicial. Los resultados indican una mezcla de ideas correctas e incorrectas.

Algunas de las definiciones dadas son muy limitadas al contraponer la aleatoriedad a lo causado o reducirlo a una concepción de sucesos equiprobables, que limitaría la aplicación de la probabilidad a los juegos de azar. Esta visión se confirma en algunos participantes, quienes asignan una variedad reducida a los fenómenos aleatorios, y señalan juegos de azar cuando se les pide fenómenos diferentes a los mismos. Además, son poco frecuentes los ejemplos sobre salud, laborales o finanzas. Los resultados aportan nueva información respecto a la investigación de Azcárate et al. (1998) y coinciden con otras evaluaciones llevadas a cabo con maestros de educación primaria en formación inicial como las de Gómez (2014), Vásquez y Alsina (2015), quienes indican una formación insuficiente de los mismos respecto a otros conceptos probabilísticos.

La falta de conocimiento probabilístico de los maestros de la etapa de educación infantil podría afectar la introducción de ideas de azar y probabilidad en la educación infantil y primeros cursos de educación primaria, reclamada por autores como Alsina (2017) o Godino et al. (1988). Sería, por tanto, necesario reforzar el conocimiento probabilístico y el conocimiento didáctico relacionado con los futuros profesores de educación infantil en formación inicial, para poder seguir las recomendaciones de los autores citados.

Dicha formación contribuiría sin duda a desarrollar su razonamiento probabilístico de los maestros de educación infantil en formación (Batanero et al., 2023; Borovenik, 2016) al hacerles conscientes de las muchas aplicaciones de la probabilidad en situaciones cotidianas, escolares o sociales y aprender a discriminar situaciones aleatorias y deterministas.

Finalizamos reconociendo la limitación del estudio descrito en este trabajo y animamos a otros investigadores a replicar nuestro estudio con nuevas muestras de profesores en formación, cambiando también las preguntas para analizar más profundamente las ideas de los participantes.

Agradecimientos

Proyecto PID2022-139748NB-100 financiado por MCIN/AEI/ 10.13039/501100011033/ y FEDER (una forma de hacer Europa).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alsina, Á. (2017). Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un itinerario didáctico. *Épsilon*, 95, 25-48. https://thales.cica.es/epsilon_d9/sites/default/files/2023-04/epsilon95_2.pdf
- Alsina, Á. y Vázquez, C. (2016). De la competencia matemática a la alfabetización probabilística en el aula: elementos para su caracterización y desarrollo. *UNIÓN*, 48, 41-58. <https://doi.org/10.30827/pna.v15i4.21357>
- Alonso-Castaño M., Alonso, P., Mellone, M. y Rodríguez-Muñiz L. J. (2021). What mathematical knowledge do prospective teachers reveal when creating and solving a probability problem? *Mathematics*, 9(24), 3300. <https://doi.org/10.3390/math9243300>
- Azcárate, P., Cardeñoso, J. M. y Porlán, R. (1998). Concepciones de futuros profesores de primaria sobre la noción de aleatoriedad. *Enseñanza de las Ciencias*, 16(1), 85-97. <https://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/view/83237>
- Batanero, C., Gea, M. M. y Álvarez-Arroyo, R. (2023). La educación del razonamiento probabilístico. *Educação Matemática Pesquisa*, 25(2), 127-144. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2023v25i2p127-144>
- Batanero, C., Green, D. R. y Serrano, L. R. (1998). Randomness, its meanings and educational implications. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 29(1), 113–123. <https://doi.org/10.1080/0020739980290111>
- Batanero, C. y Álvarez-Arroyo, R. (2024). Teaching and learning of probability. *ZDM Mathematics Education*, 56(1), 5-17. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01511-5>
- Batanero, C., Álvarez Arroyo, R., Hernández-Solís, L. A. y Gea, M. M. (2021). El inicio del razonamiento probabilístico en educación infantil. *PNA*, 15(4), 267-288. [10.30827/http://dx.doi.org/pna.v15i4.22349](http://dx.doi.org/pna.v15i4.22349)
- Bennett, D. J. (1999). *Randomness*. Harvard University Press.
- Borovenik, M. (2016). Probabilistic thinking and probability literacy in the context of risk. *Educação Matemática Pesquisa*, 18(3), 1491-1516. <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/31495>
- Burgos, M., López-Martín, M. del M., Aguayo-Arriagada, C. G. y Albanese, V. (2022). Análisis cognitivo de tareas de comparación de probabilidades por futuro profesorado de Educación Primaria. *Uniciencia*, 36(1), 1-24. <http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.38>

- Chernoff, E. J., Vashchysyn, I. y Neufeld, H. (2018). Comparing the relative probabilities of events. En C. Batanero y E. Chernoff (Eds.), *Teaching and learning stochastic. Advances in Probability Education Research* (pp. 277-291). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-72871-1_16
- Drisko, J. W. y Maschi, T. (2016). *Content analysis*. Oxford University Press.
- Franco, J. y Alsina, Á. (2022). El conocimiento del profesorado de Educación Primaria para enseñar estadística y probabilidad: una revisión sistemática. *Aula Abierta*, 51(1), 7-16. <https://doi.org/10.17811/rifie.51.1.2022.7-16>
- Gea, M. M. y Fernandes, J. A. (2018). Conocimiento de futuros profesores de los primeros años escolares para enseñar probabilidad. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 14, 15–30. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i14.213>
- Godino, J. D., Batanero, C. y Cañizares, M. J. (1988). *Azar y probabilidad: fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Síntesis.
- Gómez, E. (2014). *Evaluación y desarrollo del conocimiento matemático para enseñar la probabilidad en futuros profesores de educación primaria*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada. <https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/34020/23535301.pdf>
- Hernández-Salmerón, E. (2015). *El lenguaje del azar en alumnos de Educación Secundaria Obligatoria*. Tesis de Máster. Universidad de Granada.
- Hourigan, M. y Leavy, A. M. (2020). Pre-service teachers' understanding of probabilistic fairness: Analysis of decisions around task design. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(7), 997-1019. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1648891>
- Ingram, J. (2022). Randomness and probability: exploring student teachers' conceptions. *Mathematical Thinking and Learning*, 26(1), 1-19. <https://doi.org/10.1080/10986065.2021.2016029>
- Kafoussi, S. (2004). Can kindergarten children be successfully involved in probabilistic tasks? *Statistics Education Research Journal*, 3(1), 29-39. <https://doi.org/10.52041/serj.v3i1.540>
- Kyburg, H. E. (1974). *The logical foundations of statistical inference*. Reidel
- Poincaré, H. (1987). *Calcul des probabilités*. Jacques Gabay (Trabajo original publicado en 1912).
- Vásquez, C. y Alsina, Á. (2015). El conocimiento del profesorado para enseñar probabilidad: Un análisis global desde el modelo del conocimiento didáctico-matemático. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 7, 27–48. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i7.104>